- Corrigé 01

Théorème de Pythagore :
Si un triangle est rectangle, alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés de l'angle droit.

Réciproque du théorème de Pythagore :
Si dans un triangle, le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.

Contraposée du théorème de Pythagore :
Si dans un triangle, le carré du plus grand côté n'est pas égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors ce triangle n'est pas rectangle.

- Corrigé 02

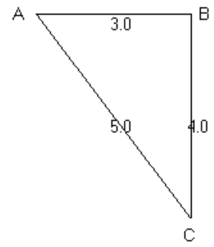
D'après le théorème de Pythagore, on a dans le triangle ABC rectangle en B :
$AC^2 = AB^2 + BC^2$
$AC^2 = 1,9^2 + 2,9^2$
$AC^2 = 3,61 + 8,41$
$AC^2 = 12,02$
$AC = \sqrt{12,02}$
$AC = 3,5$

D'après le théorème de Pythagore, on a dans le triangle DEF rectangle en E :
$DF^2 = DE^2 + EF^2$
$3,2^2 = 2,5^2 + EF^2$
$EF^2 = 3,2^2 - 2,5^2$
$EF^2 = 10,24 - 6,25$
$EF^2 = 3,99$
$EF = \sqrt{3,99}$
$EF = 2$

D'après le théorème de Pythagore, on a dans le triangle GHI rectangle en H :
$GI^2 = GH^2 + HI^2$
$3,6^2 = 2^2 + HI^2$
$HI^2 = 3,6^2 - 2^2$
$HI^2 = 12,96 - 4$
$HI^2 = 8,96$
$HI = \sqrt{8,96}$
$HI = 3$

❖ Corrigé 03

Dans le triangle ABC,
$AC^2 = 5^2 = 25$
$AB^2 + BC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$
Par conséquent, $AC^2 = AB^2 + BC^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.
AC est l'hypoténuse du triangle rectangle.
BC est le côté de l'angle droit. AB est aussi appelé côté de l'angle droit.



❖ Corrigé 04

1. Dans le triangle ABC, le plus grand côté est le côté AC. Il est supposé être l'hypoténuse si le triangle est rectangle.
$AC^2 = 10^2 = 100$
$AB^2 + BC^2 = 2{,}8^2 + 9{,}6^2 = 7{,}84 + 92{,}16 = 100$
Par conséquent, $AC^2 = AB^2 + BC^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est rectangle en B.

2. Dans le triangle ABC, le plus grand côté est le côté AB. Il est supposé être l'hypoténuse si le triangle est rectangle.
$AB^2 = 17{,}5^2 = 306{,}25$
$AC^2 + CB^2 = 10{,}5^2 + 14^2 = 110{,}25 + 196 = 306{,}25$
Par conséquent, $AB^2 = AC^2 + CB^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est rectangle en C.

3. Dans le triangle ABC, le plus grand côté est le côté BC. Il est supposé être l'hypoténuse si le triangle est rectangle.
$BC^2 = 6^2 = 36$
$BA^2 + AC^2 = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$
Par conséquent, $BC^2 \neq BA^2 + AC^2$, donc d'après la contraposée du théorème de Pythagore, ABC n'est pas rectangle en A.

4. Dans le triangle ABC, le plus grand côté est le côté BC. Il est supposé être l'hypoténuse si le triangle est rectangle.
$BC^2 = (5 / 3)^2 = 25 / 9$
$BA^2 + AC^2 = 1^2 + (4 / 3)^2 = 1 + 16 / 9 = 25 / 9$
Par conséquent, $BC^2 = BA^2 + AC^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est rectangle en A.

5. Dans le triangle ABC, le plus grand côté est le côté AB. Il est supposé être l'hypoténuse si le triangle est rectangle.
$AB^2 = \sqrt{40}^2 = 40$
$AC^2 + CB^2 = \sqrt{15}^2 + 5^2 = 15 + 25 = 40$
Par conséquent, $AB^2 = AC^2 + CB^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est rectangle en C.

- Corrigé 05

Le triangle est rectangle en A, alors d'après le théorème de Pythagore, $BC^2 = AB^2 + AC^2$.
Le triangle est rectangle en B, alors d'après le théorème de Pythagore, $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

Le triangle est rectangle en A			Le triangle est rectangle en B		
AB^2	BC^2	AC^2	AB^2	BC^2	AC^2
13	25	12	9	25	34
34	40	6	34	40	74
5	17	12	5	7	12
27	43	16	27	43	70

- Corrigé 10

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, si $AC^2 = AB^2 + BC^2$ alors le triangle ABC est rectangle en B.

* Calculons AB^2
On sait que (AH) est perpendiculaire à (HB), donc le triangle AHB est rectangle en H. D'après le théorème de Pythagore, dans le triangle AHB, rectangle en H, on a :
$AB^2 = AH^2 + HB^2$
$AB^2 = 6{,}9^2 + 3^2 = 47{,}61 + 9$
$AB^2 = 56{,}61$

* Calculons BC^2
On sait que (AH) est perpendiculaire à (HB) et que les points A,H et C sont alignés. On a donc (HB) perpendiculaire à (HC) et donc le triangle BHC est rectangle en H. D'après le théorème de Pythagore, dans le triangle BHC, rectangle en H, on a :
$BC^2 = BH^2 + HC^2$
$BC^2 = BH^2 + (AC - AH)^2$
$BC^2 = 3^2 + (9{,}2 - 6{,}9)^2$
$BC^2 = 9 + 2{,}3^2$
$BC^2 = 9 + 5{,}29$
$BC^2 = 14{,}29$

$AB^2 + BC^2 = 56{,}61 + 14{,}29 = 70{,}9$
$AC^2 = 9{,}2^2 = 84{,}64$

Par conséquent, $AC^2 \neq AB^2 + BC^2$, donc d'après la contraposée du théorème de Pythagore, ABC n'est pas rectangle en B.

- Corrigé 11

La figure est composée de quatre triangles rectangle.

Déterminons la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle.
Carré de l'hypoténuse = Somme des carrés des côtés adjacents à l'angle droit
Carré de l'hypoténuse = $(3 \times 1)^2 + (3 \times 1)^2 = 9 + 9 = 18$
Hypoténuse = $\sqrt{18} = 3\sqrt{2} = 4{,}24$
Le périmètre d'un triangle rectangle rouge est égal à 13,24 cm (3 + 3 + 4,24).
Le périmètre total de la figure est 52,97 cm (13,24 x 4).

- Corrigé 12

Aire du triangle rectangle = $\dfrac{AB \times BC}{2}$

$64 = \dfrac{AB \times 8}{2}$

$AB = \dfrac{64 \times 2}{8}$

$AB = 16$
Le deuxième côté de l'angle droit mesure 16 cm.

D'après le théorème de Pythagore, dans le triangle rectangle ABC, rectangle en B, on a
$AC^2 = AB^2 + BC^2$
$AC^2 = 16^2 + 8^2 = 320$

$AC = \sqrt{320}$
$AC = 17{,}88$
L' hypoténuse mesure 17,88 cm.

- Corrigé 13

Cette figure est un trapèze rectangle.

L'angle G est l'angle droit du trapèze rectangle, donc FGH est un triangle rectangle en G.
D'après le théorème de Pythagore, dans le triangle FGH rectangle en G, on a $FH^2 = FG^2 + GH^2$.
$FH^2 = 5{,}64^2 + 2{,}79^2 = 39{,}59$

(EF) est perpendiculaire à (FH) donc EFH est un triangle rectangle en F.
D'après le théorème de Pythagore, dans le triangle EFH rectangle en F, on a $EH^2 = EF^2 + FH^2$.
$EH^2 = 3{,}17^2 + 39{,}59 = 49{,}64$
$EH = \sqrt{49{,}64}$
$EH = 7{,}05$
EH mesure 7,05 cm.

- Corrigé 14

DCGH est un carré de côté 3 cm donc d'après le théorème de Pythagore, dans le triangle DGH rectangle en H, $DG^2 = DH^2 + HG^2$.
$DG^2 = 3^2 + 3^2 = 18$.

L'arête [FG] est perpendiculaire à la base carrée DCGH donc le triangle FGD est rectangle en G.
Dans le triangle FGD, on a d'après le théorème de Pythagore :
$DF^2 = FG^2 + GD^2$
$DF^2 = 3^2 + 18 = 27$
$DF = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$

DF mesure $3\sqrt{3}$ cm, soit à 0,1 près 5,2 cm.

- Corrigé 15

Cette figure est un losange.
Les diagonales partagent le losange en quatre triangles rectangle identiques. Le périmètre de cette figure est la somme des quatre hypoténuses.
Calculons l'hypoténuse d'un des triangles rectangle.

$AB^2 = (AD / 2)^2 + (BC / 2)^2$
$AB^2 = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$
$AB = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$
Le périmètre de la figure mesure : $4 \times 2\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$ cm.

- Corrigé 16

On peut apparenter la configuration de la tyrolienne à celle d'un triangle rectangle dans lequel le câble de 150 m représente l'hypoténuse, la distance x un des côtés de l'angle droit, la hauteur du promontoire et le pylône, l'autre côté de l'angle droit.

Déterminons la longueur exact de ce dernier côté de l'angle droit :
Hauteur promontoire + taille du pylône – partie du pylône enfoncée dans le sol = hauteur totale
40 + 3 – 1 = 42
Le promontoire et le pylône représentent une hauteur totale de 42 m.

Dans un triangle rectangle, d'après le théorème de Pythagore, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs de l'angle droit :
$150^2 = 42^2 + x^2$
$x = 150^2 - 42^2$
$x = \sqrt{20736}$
$x = 144$
La distance parcourue au sol est de 144 m.

- Corrigé 17

La plus grande longueur dans le fond de ce tiroir est la diagonale du fond du tiroir.
Le fond du tiroir a les caractéristiques géométriques d'un rectangle. La diagonale de ce rectangle partage le tiroir en deux triangles rectangle, cette diagonale est aussi l'hypoténuse de chacun des triangles rectangle.

Soit x la longueur de l'hypoténuse. Dans un triangle rectangle, d'après le théorème de Pythagore, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés de l'angle droit, par conséquent :
$x^2 = 40^2 + 25^2$
$x = \sqrt{2225}$
$x = 47{,}17$

Une règle de 50 cm ne peut être rangée à plat dans ce tiroir. Elle peut au mieux mesurer 47cm de long.

- Corrigé 18

La largeur y est le plus petit côté du rectangle, par conséquent y = 20

Périmètre du rectangle = $2 \times (x+y)$
$84 = 2x + 2y$
$84 = 2x + 2 \times 20$
$2x = 44$
$x = 22$
La longueur x du rectangle mesure 22 cm.

Dans le triangle rectangle délimité par les côtés x, y et z, on a d'après le théorème de Pythagore :
$z^2 = x^2 + y^2$
$z^2 = 22^2 + 20^2$
$z = \sqrt{884}$
$z = 29{,}73$

La diagonale mesure 29,73 cm.

- Corrigé 19

Aire du parallélogramme ABCD = AB x AH

Calculons AH :
Dans le triangle rectangle AHD rectangle en H, on a d'après le théorème de Pythagore :
$AD^2 = AH^2 + DH^2$
$5^2 = AH^2 + (7 - 4)^2$
$AH^2 = 5^2 - 3^2$
$AH = \sqrt{16}$
$AH = 4$

Aire du parallélogramme ABCD = AB x AH = 7 x 4 = 28
L'aire du parallélogramme ABCD mesure 28 cm².

❖ Corrigé 20

L'autre trajet est celui passant par le point C.

Les rues de Thizy et Messaien sont perpendiculaires en B, le triangle ABC est donc rectangle en B. Dans ce triangle, on a d'après le théorème de Pythagore :
$AC^2 = AB^2 + BC^2$
$500^2 = 400^2 + BC^2$
BC = 300

Le plus long trajet (passant par C) mesure 800 m (500 + 300).
Le plus court trajet (AB) mesure 400 m.
800 – 400 = 400
En prenant le raccourci, on gagne 400 m.

❖ Corrigé 21

Aire du carré ABCD = 5^2 = 25 cm²

Calculons HI
Dans le triangle HAI rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a :
$HI^2 = AH^2 + AI^2$
$HI^2 = (5 - 1)^2 + 1^2$
$HI^2 = 4^2 + 1$
$HI = \sqrt{17}$

Aire du carré HIJK = HI^2
Aire HIJK = $\sqrt{17}^2 = 17$

L'aire du carré HIJK est de 17 cm².

❖ Corrigé 22

Aire ABC = $\frac{AB \times B}{2}$
Aire ABC = $\frac{4,5 \times 6}{2}$
L'aire du triangle ABC mesure 13,5 cm².

Dans le triangle ABC rectangle en B, on a d'après le théorème de Pythagore :
$AC^2 = AB^2 + BC^2$
$AC^2 = 4,5^2 + 6^2$
$AC^2 = 56,25$
AC = 7,5
AC mesure 7,5 cm.

L'aire du triangle rectangle ABC peut aussi se calculer à partir de la base et de la hauteur comme un rectangle quelconque.
Aire ABC = $\frac{BH \times AC}{2}$
13,5 = 7,5 BH / 2

$BH = 3,6$
La hauteur BH mesure 3,6 cm.

- Corrigé 23

On sait que :
- (IB) est parallèle à (AC)
- BH est une hauteur du triangle ABC donc (BH) est perpendiculaire à (AC)

Par conséquent, (IB) est perpendiculaire à (BH).

Dans le triangle rectangle, IBH, rectangle en B, on a d'après le théorème de Pythagore :
$IH^2 = IB^2 + BH^2$
$IH^2 = 14,8^2 + 7,4^2$
$IH^2 = 273,8$
$IH = 16,55$

IH mesure 16,55 cm.

- Corrigé 24

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, AIO est rectangle en I si l'égalité suivante est respectée : $AO^2 = AI^2 + IO^2$

Calculons AO^2
Dans le triangle rectangle ADO rectangle en D, on a d'après le théorème de Pythagore :
$AO^2 = AD^2 + DO^2$
$AO^2 = (6 \times 0,5)^2 + (2 \times 0,5)^2$
$AO^2 = 9 + 1$
$AO^2 = 10$

Calculons AI^2
Dans le triangle rectangle ABI rectangle en B, on a d'après le théorème de Pythagore :
$AI^2 = AB^2 + BI^2$
$AI^2 = (4 \times 0,5)^2 + (4 \times 0,5)^2$

$AI^2 = 2^2 + 2^2$
$AI^2 = 8$

Calculons IO^2
Dans le triangle rectangle ICO rectangle en C, on a d'après le théorème de Pythagore :
$IO^2 = IC^2 + CO^2$
$IO^2 = (2 \times 0,5)^2 + (2 \times 0,5)^2$
$IO^2 = 1 + 1$
$IO^2 = 2$

$AI^2 + IO^2 = 8 + 2 = 10$
$AO^2 = 10$
Par conséquent, l'égalité $AO^2 = AI^2 + IO^2$ est vraie donc le triangle AIO est rectangle en I.

- Corrigé 25

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, HOG est rectangle en O si l'égalité suivante est respectée : $HG^2 = HO^2 + OG^2$

Calculons HO^2
Dans le triangle rectangle EOH rectangle en E, on a d'après le théorème de Pythagore :
$HO^2 = EH^2 + EO^2$
$HO^2 = 4^2 + (8 / 2)^2$
$HO^2 = 16 + 16$
$HO^2 = 32$

Calculons OG^2
Dans le triangle rectangle OFG rectangle en F, on a d'après le théorème de Pythagore :
$OG^2 = FG^2 + OF^2$
$OG^2 = 4^2 + (8 / 2)^2$
$OG^2 = 16 + 16$
$OG^2 = 32$
$HO^2 + OG^2 = 32 + 32 = 64$
$HG^2 = 8^2 = 64$
Par conséquent, l'égalité $HG^2 = HO^2 + OG^2$ est vraie donc le triangle HOG est rectangle en O.

- Corrigé 26

La figure abcde représente un carré de côté dc amputé d'un triangle rectangle efa.
Par conséquent, on a :
aire abcde =aire du carré de côté dc - aire du triangle rectangle efa

Calculons l'aire du carré de côté dc :
aire carré = dc^2
aire carré = 8^2
aire carré = 64
L'aire du carré mesure 64 cm².

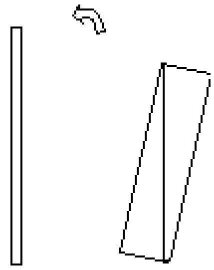
Calculons l'aire du triangle rectangle efa :
$$\text{Aire triangle} = \frac{ef \times fa}{2}$$
$$\text{Aire triangle} = \frac{(8-3) \times (8-3)}{2} = \frac{25}{2} = 12{,}5$$

L'aire du triangle rectangle mesure 12,5 cm².

aire abcde = =aire du carré de côté dc - aire du triangle rectangle efa
aire abcde = 64 – 12,5 = 51,5
L'aire abcde mesure 51,5 cm².

- Corrigé 27

L’armoire nécessitera le plus de hauteur au moment où la plus grande longueur de l’armoire sera à la verticale. Dans un rectangle, la plus grande longueur est une des diagonales.
Cette diagonale délimite deux triangles rectangle, elle correspond à l’hypoténuse de chacun des triangles rectangle.



Dans un triangle rectangle, d’après le théorème de Pythagore, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés de l'angle droit. Par conséquent, si on appelle x, l’hypoténuse, on a :
$x^2 = 180^2 + 65^2$
$x = 191{,}38$

Il faut une hauteur de plafond minimale de 1,91 m.